

CALCULO - 1er examen parcial

Grupo 1M - Curso 2015-16

1. (1 punto) Calcule el límite de las siguientes sucesiones en las que $a \in \mathbb{R}$

$$\left\{ \left(\frac{a^2}{1+a^2} \right)^n \right\}_{n=1}^{\infty}, \quad \left\{ \frac{1}{n^3} \cos \left(\frac{a^2}{1+a^2} \right)^n \right\}_{n=1}^{\infty}$$

2. (1 punto) Calcule el límite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \arctan \left(\frac{n^2+1}{n^2+3} \right)^n$$

3. (1 punto) Calcule el límite de la sucesión

$$\left\{ \left(\frac{n}{\sqrt{4n^4+1}} + \frac{n}{\sqrt{4n^4+2}} + \dots + \frac{n}{\sqrt{4n^4+n}} \right) \right\}_{n=1}^{\infty}$$

4. (1 punto) Pruebe que la sucesión recurrente definida por

$$\begin{cases} a_0 = 0 \\ a_n = 2 + \sqrt{a_{n-1}}, \quad \forall n \geq 1 \end{cases} \text{ es convergente y } \\ \text{calcule su límite.}$$

5. (1 punto) Definición de serie de números reales convergente.

6. (1 punto) Estudie la convergencia de las series

$$\sum_{n=1}^{\infty} \cos\left(\frac{1}{n}\right), \quad \sum_{n=1}^{\infty} n \left(\frac{2}{3}\right)^n$$

7. (1 punto) Estudie la convergencia de las series

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(n\frac{\pi}{2}\right)}{n^{5/2}}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^n}{n! e^{2n}}$$

8. (2 puntos) Obtenga el campo de convergencia de las series de potencias

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2 \cdot 5^n} \quad \text{y} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{n-1}}{n \cdot 5^n}$$

9. (1 punto) Justifique la convergencia de la serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{2}{3^n} + \frac{1}{(n+1)(n+2)} \right) \text{ y calcule su suma}$$

(Tiempo 2 horas)